

射电望远镜馈源支撑系统索力特性研究*

姚蕊 唐晓强** 汪劲松

清华大学精密仪器与机械学系, 先进制造装备实验室, 北京 100084

摘要 在新一代大型射电望远镜的机构设计中, 馈源定位系统采用刚柔混联机构, 利用 6 绳索柔性并联机构牵引馈源舱实现 5 个自由度的运动, 以满足馈源位置和跟踪角度要求。针对 40 m 缩尺模型, 基于混联机构中绳索并联机构姿态角度可优化的特点, 文中对馈源刚柔混联机构中的绳索并联机构索力特性进行研究与优化。通过采用 T&T(Tilt-and-Torsion)角的坐标转换方式建立机构运动学模型, 直接辨识出绳索并联机构在任意位置下的俯仰角度, 基于绳索自重引起的悬链线方程建立力平衡方程, 以拉力连续平稳及避免虚牵为目标, 提出刚柔混联系统中绳索并联机构的一种拉力特性分析及优化解算方法。以两条典型轨迹为例证明了该算法的可行性, 其中一条轨迹上的索力最大变化率通过优化降低达 90%, 使索力平稳光滑。文中采用的索力优化算法可以有效降低索力变化率, 平稳索力, 降低电机功率, 避免虚牵和提高控制精度。

关键词 索力优化 绳索并联机构 悬链线 射电望远镜

1993 年日本京都国际无线电科联大会上, 10 余国家的天文专家提出建立大射电望远镜(LT)的构想。中国天文学家 1994 年就提出了建造 500 m 口径球面射电望远镜(five-hundred meter aperture spherical telescope, 简称 FAST)的建设和工程方案。在随后 15 年的预研探索和实验研究中, 最终制定了新型的 FAST 设计方案。该方案将馈源背支撑结构简化, 通过绳索并联机构作为一级馈源支撑系统, 利用 A-B 转台和 Stewart 平台进行二次调整, 通过这样的刚柔混联方式达到馈源接收器跟踪精度要求^[1]。目前, 中国大射电望远镜进入设计阶段的后期实验, 通过在北京密云基地建设一个 40 m 的运动相似模型来研究该馈源支撑机构的运动学和动力学特性。

绳索并联机构自 20 世纪 80 年代开始迅速发展, 主要用于起重、加工、海底打捞、大射电望远镜和风洞支撑系统等。一些学者对绳索并联机构的工作空间、力特性、刚度、轨迹规划等做了大量的

研究, 发现绳索并联机构具有工作空间大, 高负载能力, 易拆装, 可重组, 模块化程度高, 价格低廉和运动速度快等优点^[2,3]。

但是研究中也发现, 绳索并联机构难以同时满足简单结构、大工作空间、大姿态角度和高精度的要求, 因此一种刚柔混联设计方式开始受到关注。该混联机构的设计思路一般采用一个较简单的绳索并联机构完成初级定位, 再由一个刚性机构进行二次调节以达到工作要求。而这种混联构型相对纯绳索并联机构, 具有大工作空间、大姿态角, 高控制精度等优点。同时, 这种刚柔混联机构也存在结构复杂、力特性耦合、轨迹规划及实时控制等难题。

目前纯绳索并联机构的力特性研究中, 一般根据不同构型进行绳索拉力的求解或优化^[4,5]。当绳索并联机构为完全约束并联机构^[6]($m = n + 1$, 其中 m 为绳索, n 为末端自由度数)时, 纯绳索并联在给定某工作空间位姿下其拉力解是唯一的。所以, 当工作空间中要求姿态角度较大时, 完全约束绳索并

2009-03-16 收稿, 2009-05-27 收修改稿

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2006AA04Z133)和国家自然科学基金(批准号: 50605035, 10778625)资助项目

** 通信作者, E-mail: tang-xq@mail.tsinghua.edu.cn

联机构的机构尺寸往往较大、力学性能较差，甚至难以达到一些姿态角度要求。因此常常采用冗余绳索并联机构($m > n + 1$)弥补这些问题，但是冗余绳索并联机构又存在绳索较多、优化和控制难度较大的问题，一般采用线性规划的方法求解和优化索力^[7]。

相对于纯绳索并联机构，刚柔混联机构中的绳索并联机构具有姿态角度可优化的特点，即某一位置下其姿态角度可以在一定范围内变化，当姿态角不能满足工作要求时可通过二次调节平台进行姿态补偿，这将加大绳索并联机构的优化能力，有效提高机构运动学和力学性能，避免虚牵^[8]。同时，在大跨度绳索并联机构中由于绳索的自重引起的悬链线是不可忽略的^[9]。因此，目前的纯绳索并联机构的索力求解和优化算法在混联机构中使用就具有一定局限性。

针对具有大跨度、大负重、大姿态转角要求的刚柔混联机构中的绳索并联机构力特性研究，不应过于追求姿态角完全满足工作空间要求，应以索力优化为条件进行姿态角度优化，以求得到较好的索力学性能、避免虚牵，提高控制精度等，姿态角度可以采用二次平台补偿。刚柔混联机构中的绳索并

联机构姿态转角与索力是耦合的，其求解和优化是进一步研究和控制刚柔混联机构的必要前提，所以提出一种用于刚柔混联机构的力特性分析与优化的理论和解算方法是很有理论和工程意义的。

本文针对 FAST 馈源支撑机构的大工作空间、高精度、大姿态角度、大负载的特点，提出一种刚柔混联机构中绳索并联机构的索力特性分析与优化理论与解算方法，根据这一解算方法可以在馈源支撑机构的跟踪观测工作空间中对姿态角度和索力进行优化，保证全观测工作空间上索力连续平稳，并有效避免虚牵带来的控制问题。

1 FAST 中 6 绳索并联机构描述

如图 1(a)所示为在建中的北京密云观测基地 FAST 40 m 动力学相似模型，FAST 采用的馈源支撑系统包括：6 绳索并联机构；如图 1(b)所示馈源机构包括馈源舱、A—B 转台机构和 Stewart 平台，并且在 Stewart 平台上平台上安装馈源。

图 2 所示为 FAST 的 40 m 相似模型馈源机构工作空间简图。反射面的半径为 $R = 18 \text{ m}$ ，馈源机构跟踪星体时，反射面收到的信息将汇聚在距离反射面 $0.467R$ 的位置上，所以馈源的工作空间为馈

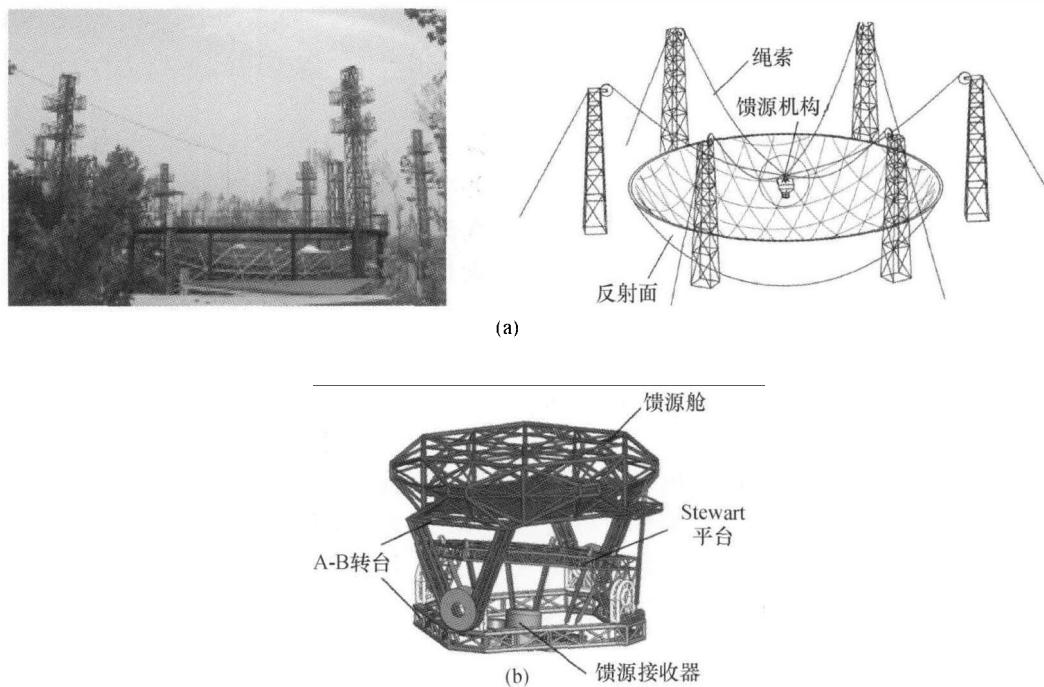


图 1 FAST 馈源支撑系统

(a) FAST 40 m 示意图；(b) 馈源机构图

源接收面，该接收面为半径为 9.6 m 的球冠表面，最大跟踪星体角度为 $\pm 40^\circ$ 。绳索并联机构将带着馈源机构在馈源接收面上进行运动。

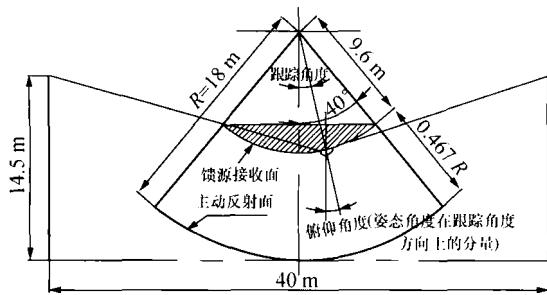


图 2 FAST40 m 相似模型馈源工作空间图

FAST 馈源支撑机构中采用的 6 绳索并联机构，由于机构绳索布局原因，其自转角度较小，最大自转角度一般在 10^{-1} 度数量级，同时自转运动的存在将影响机构运动稳定性。因此，在对该绳索并联机构进行优化研究时限制其自转运动，认为该 6 绳索并联机构为一个 5 自由度并联机构，只具有三个方向的平动和两个方向的转动。馈源机构通过 6 绳索并联机构控制馈源系统位置和姿态角度，当绳索并联机构的俯仰角度不能够满足跟踪角度要求时，馈源支撑机构将通过 A-B 转台补足馈源接收器所需的跟踪角度，最终通过 Stewart 平台进行精调整以达到馈源的跟踪精度要求。

2 6 绳索并联机构的力平衡方程

2.1 基于 T&T 角的坐标转换矩阵描述

FAST 馈源支撑系统中，绳索并联机构的需求姿态角为馈源跟踪角度，使用传统的基于 Euler 角的运动学建模不能将绳索并联机构的姿态角度直接映射到跟踪角度方向。所以，需要找到一种可以直接辨识出馈源跟踪角度方向上的姿态转角分量的运动学建模方法，便于姿态角度优化。

Gosselin^[10]等针对没有自转自由度的并联机构提出了基于 T&T(Tilt-and-Torsion)角坐标转换方式。T&T 角坐标转换方式如图 3 所示。在这种坐标转换方式中也存在三个转角：方位角 ϕ ，倾斜角 θ 和扭转角 σ 。图中，坐标先绕 z 轴旋转角度 σ ，然后绕任意轴 a 旋转 θ 角度。

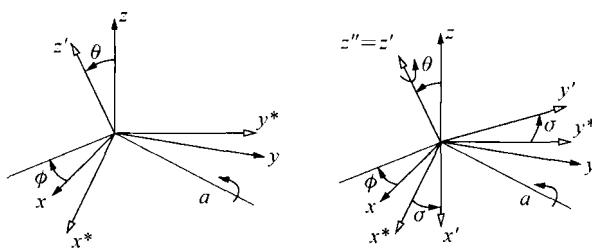


图 3 基于 T&T 角的坐标转换示意图

由于本文研究的 6 绳索并联机构不考虑自转自由度， $\sigma=0$ 。得到基于 T&T 角的坐标旋转矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\theta\cos\phi - \sin\phi\sin\theta & -\cos\phi\cos\theta\sin\phi - \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\sin\theta \\ \sin\phi\cos\theta\cos\phi + \cos\phi\sin\theta & -\sin\phi\cos\theta\sin\phi + \cos\phi\cos\theta & \sin\phi\sin\theta \\ -\sin\phi\cos\phi & \sin\phi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

方位角 ϕ 可以表达为绳索并联机构跟踪方位，而倾斜角 θ 则是绳索并联机构在跟踪角度方向上的俯仰角度。通过 T&T 角坐标转换方式可以优化 6 绳索并联机构的俯仰角度，大大降低索力特性研究和优化难度。

2.2 6 绳索并联机构的力平衡方程

6 绳索并联机构的建模如图 4(a) 所示。图 4(a) 所示，在射电望远镜反射面底端建立静坐标系 \mathcal{R} : $O-XYZ$ ，由绳索与馈源舱的三个连接点形成的平面为动平台，在动平台的中心点建立动坐标系 \mathcal{R}' : $O'-X'Y'Z'$ 。塔分布和绳索接口分布如图 4(b) 所示，

六个塔的出绳位置是 B_i ($i=1, 2, \dots, 6$)，馈源舱为六边形，连接在馈源舱上三个点 A_j ($j=1, 2, 3$)，其中塔分布半径为 r_b ，馈源舱半径为 r_a ，塔在静坐标系 \mathcal{R} : $O-XYZ$ 中的高度为 h 。 B_i ($i=1, 2, \dots, 6$) 在静坐标系下的坐标为 ${}^s B_i(r_b \cos(i-1)60^\circ, r_b \sin(i-1)60^\circ, h)^T$ ， A_j ($j=1, 2, 3$) 在动坐标系下的坐标为 ${}^s A_j(r_a \cos(4j-3)30^\circ, r_a \sin(4j-3)30^\circ, 0)^T$ 。

设动平台在某一位姿为： $(x, y, z, \phi, \theta)^T$ 下，则 ${}^s O'$ 的坐标为： $(x, y, z)^T$ ，得到 A_j 在静坐标系下的坐标为：

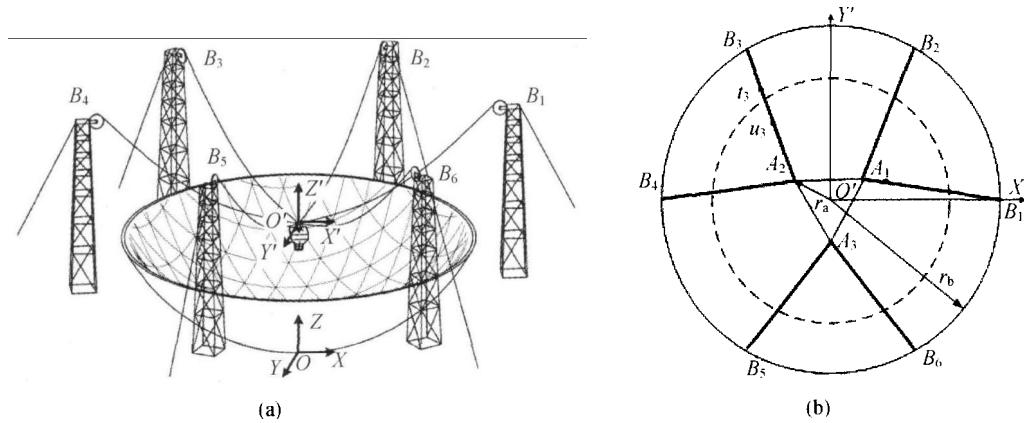


图 4-6 绳索并联机构运动学建模

(a) 6 绳索并联机构建模; (b) 塔分布和绳索接口分布

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{R}^T \mathbf{A}_i + \mathbf{O}'^T \quad (2)$$

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{B}_i^T \mathbf{A}_i \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{L}_i / \| \mathbf{L}_i \| \quad (4)$$

用将绳索近似为抛物线来计算分析^[11,12],

$$H_i = \frac{m_i g X_i^2}{8 f_i} \quad (7)$$

在绳索并联系统的索力求解中, 根据虚功原理建立在没有绳索自重的条件下的系统力平衡方程:

$$\sum_{i=1}^m t_i + \mathbf{F} + m_p \mathbf{g} = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{O}' \mathbf{A}_{j(j=1,2,3)} \times \mathbf{t}_i + \mathbf{M} = 0 \quad (6)$$

其中, $\mathbf{t}_i = t_i \mathbf{u}_i$, 为不考虑绳索自重情况下的绳索拉力向量, 若 \mathbf{u}_i 指向索塔, $t_i \geq 0$ 为正拉力, 反之 $t_i < 0$ 为负拉力, m_p 为动平台质量;

在绳索的一些应用场合, 由于绳索重量较轻, 其自身重量往往被忽略不计, 绳索结构简化成为二力杆。但是, 在 FAST 馈源支撑 40 m 相似实验模型中, 绳索的重量达到馈源重量的 1/12, 不能忽略不计, 绳索不能简化成二力杆。在桥梁和建筑中研究认为, 当绳索的垂度与跨度比(即垂跨比)相对比较小时, 可以将绳索简化成为抛物线研究, 保证其在绳索弹性变形中满足精度要求。下面是绳索并联机构引入悬链线建模方法, 采用的是近似抛物线建模方法。以一根绳索的建模为例:

图 5 给出了任一绳索 $B_i A_j$ 铅垂面下的近似抛物线。悬索因为自身重力的原因, $B_i A_j$ 在大跨度情况下形成一条曲线称为悬链线, 并出现垂度 f_i , 采

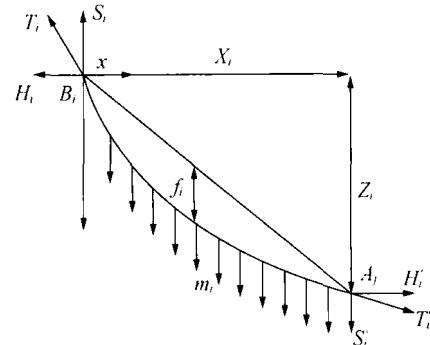


图 5 绳索悬链线近似抛物线

式中 $m_i = \frac{m_0 \cdot l_i}{X_i}$, m_0 为绳索单位长度的质量.

这时可以得到实际索长,

$$l_i = X_i \left(1 + \frac{8 f_i^2}{3 X_i^2} + \frac{1}{2} \frac{Z_i^2}{X_i^2} \right) \quad (8)$$

根据(5), (6)式得到的初始索力作为初始值, 通过迭代算法得到某一位姿下实际索力^[12]:

$$T_i = \begin{cases} \left[H_i^2 + \left(\frac{m_i g X_i}{2} + H_i \frac{Z_i}{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} & (t_i \geq 0) \\ - \left[H_i^2 + \left(\frac{m_i g X_i}{2} - H_i \frac{Z_i}{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} & (t_i < 0) \end{cases} \quad (9)$$

3 绳索并联机构的索力特性研究与优化

已知馈源支撑机构为刚柔混联机构，其绳索并联机构的索力与机构姿态角度具有可优化性，索力与机构姿态角非线性相关。在对馈源支撑系统的研究中发现，绳索并联机构的索力对电机的选择和控制的难易有直接关系。因此，在对绳索并联机构的索力特性研究与优化时，本文提出以既定轨迹为研究和优化对象，以姿态角度优化为基础，通过力约束方程和拉力优化函数，得到一组连续优化拉力解，该组解保证绳索不虚牵并能降低电机驱动功率。

3.1 基于力约束方程的俯仰角度逼近解算

绳索的虚牵，是指在绳索并联机构中某根绳索拉力小于等于零或者相对其他几根绳索拉力值很小，因而导致绳索不受控制。为防止绳索控制中出现虚牵，给定绳索并联机构绳索拉力最小预紧力 $T_{\min} > 0$ 和最大拉力 T_{\max} 。设馈源在某位置下要求轨迹跟踪俯仰角度为 α ，而绳索并联机构可达到轨迹俯仰角度为 β 。基于拉力约束的绳索并联机构的轨迹姿态角度解算可以表达为：

目标函数：逼近跟踪角度最小化 $\min |(\alpha - \beta)|$

$$\text{约束函数: } \begin{cases} T_i = \pm (H_i^2 + S_i^2)^{1/2} \\ T_i - T_{\min} \geq 0 \quad (i=1, 2, 3, \dots, 6) \\ T_{\max} - T_i \geq 0 \end{cases}$$

由此，在某一位置下最逼近跟踪角度的绳索并联机构的轨迹俯仰角度记为 β_{α} ，同时可以得到一组基于 β_{α} 的绳索并联机构索力变化曲线，用于研究该绳索并联机构的力特性。

3.2 绳索并联机构索力优化函数及指标

由于绳索并联机构的拉力解的连续性与末端执行器的位姿连续性有关，所以为了保证绳索拉力的连续性，其轨迹位姿变化曲线也需要是连续的。给出几组连续的优化 β 函数记为 β_k^{opt} ($k = 1, 2, 3, \dots$)，可取轨迹姿态优化函数 β_k^{opt} 为一组二次函数曲线。

由于绳索拉力随时间的变化情况会直接影响控制系统的实时性能，在控制当中若绳索拉力差距过大，拉力较小的绳索容易出现虚牵。所以，在轨迹

规划中希望绳索拉力变化能够趋于平稳。为防止绳索并联机构出现虚牵，给出拉力优化函数：

$$S_{\delta T} = \int_0^{t_0} \Delta T(t) dt \quad (10)$$

其中，

$$\Delta T(t) = \max(T_i(t) - T_j(t)) \mid \beta = \beta_k^{\text{opt}} \\ \left(\begin{array}{ll} I = 1, 2, \dots, m & I \neq J \end{array} \right); \quad (11)$$

t 为在轨迹上运动的某时刻， t_0 为轨迹运动所需的总时间。

通过(11)式可以得到某一位姿下 6 根绳索的最大拉力差值，取其较小值可以有效避免绳索虚牵的发生。设绳索轨迹姿态优化函数 β_k^{opt} 与跟踪角度 α 函数之间的面积为姿态角度面积 S_{α} ，用于衡量轨迹姿态变化与绳索拉力优化指标。

$$S_{\alpha} = \int_0^{t_0} \alpha(t) - \beta_k^{\text{opt}}(t) dt \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (12)$$

由(10)，(12)式可以得到 $S_{\alpha} - S_{\delta T}$ 曲线，得到一组优化姿态角度，由此得到优化索力。

4 算例

大射电望远镜的馈源支撑机构工作空间为跟踪星体工作面，恒定不变，其固定位置上的姿态转角也是根据跟踪星体要求恒定不变。首先给出 6 绳索并联机构的相关参数如表 1。

表 1 6 绳索并联机构的参数

技术参数	数值
塔分布圆半径 r_b/m	20
馈源动平台半径 r_a/m	0.5
塔出绳位置高度 h/m	17.5
绳索直径 d/mm	8
绳索单位长度质量 $m_0/kg \cdot m^{-1}$	0.259
馈源线速度 $v_0/m \cdot s^{-1}$	0.1
馈源重量 m_p/kg	220
绳索最大拉力 T_{\max}/N	3000
绳索最小拉力 T_{\min}/N	500

给定两条轨迹如图 6 所示。图 6(a) 为轨迹 1，

该轨迹为馈源工作空间最高处形成的一个圆，其半径为 6.17 m，离地面高度为 10.6 m，要求姿态角度为俯仰角达到 40°；图 6(b)所示为轨迹 2，该轨迹

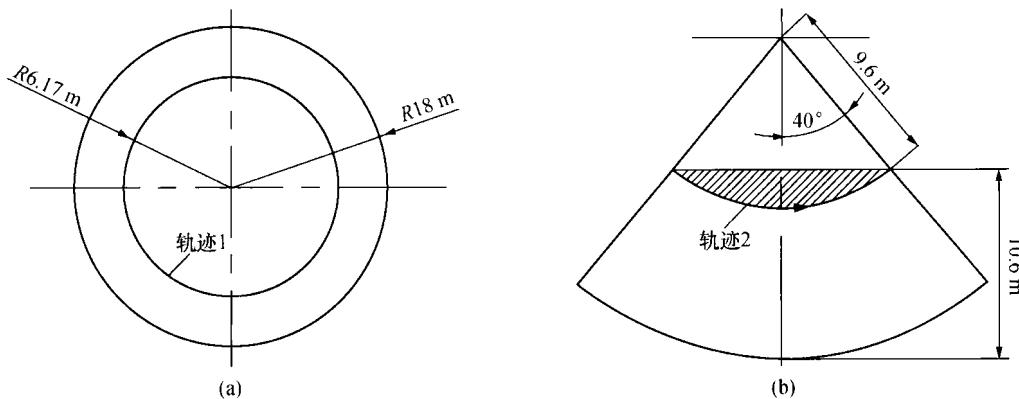


图 6 馈源工作空间中两条典型路径

(a) 轨迹 1; (b) 轨迹 2

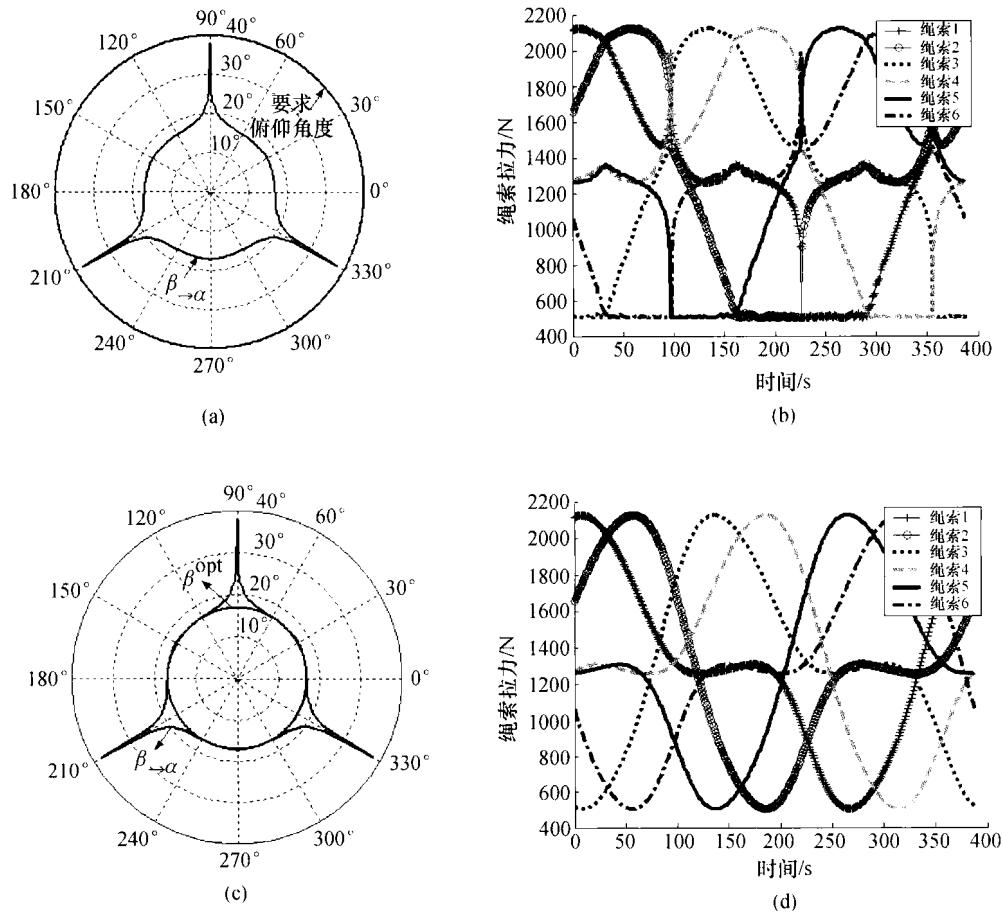


图 7 轨迹 1 的索力特性研究及优化

(a) 轨迹 1 的 β_{α} 值; (b) 轨迹 1 的索力变化曲线; (c) 轨迹 1 的 β_{α}^{opt} 值; (d) 轨迹 1 的索力优化曲线

为馈源信号接收表面上的一条轮廓线。

首先对轨迹 1 进行分析，得到轨迹 1 的轨迹俯仰角度 β_{α} 值，如图 7(a) 所示。轨迹 1 的 β_{α} 值对称

分布有角度跳动，无法满足要求姿态角度要求。其索力变化曲线如图7(b)所示，通过拉力约束函数可以满足索力不虚牵的要求，但是由于索力曲线为不光滑曲线，这将影响运动连续性，这与姿态角度出现大跳动有关。为了保证绳索拉力的连续性，取 β^{opt} 为连续曲线，同时由于该轨迹为工作空间边界处，要求姿态角度较大，取 β^{opt} 为 $\beta_{\rightarrow\alpha}$ 的内切线，如图7(c)，得到6绳索并联机构在该处的最大俯仰角度为16.9°，并得到优化索力优化曲线如图7(d)。

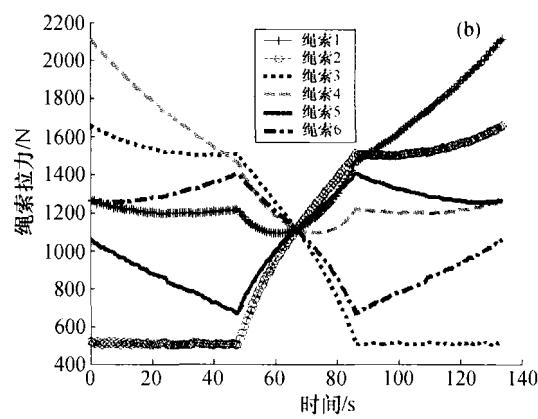
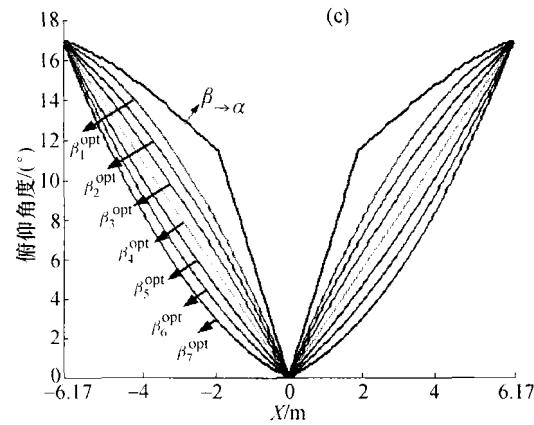
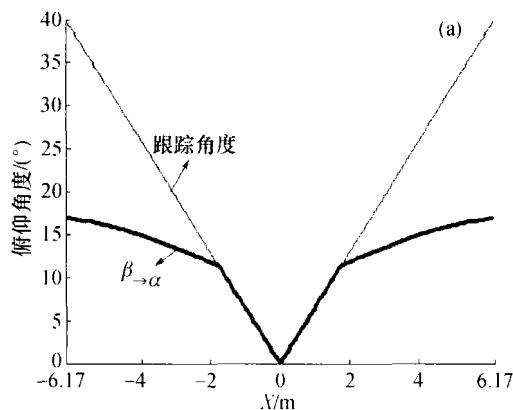


图8 轨迹2的索力特性研究

(a) 6绳索并联机构的需求跟踪角度和 $\beta_{\rightarrow\alpha}$ 角度；(b) 轨迹2的索力变化曲线；(c) 二次曲线逼近 β^{opt} 曲线

如图8(c)所示，基于绳索并联机构索力优化算法取7条二次曲线逼近 $\beta_{\rightarrow\alpha}$ ，得到一组俯仰角度 β 优化曲线函数 $\beta_k^{\text{opt}} = \begin{cases} a_k x + b_k & (-6.17 < x \leq 0) \\ a_k x - b_k & (0 < x \leq 6.17) \end{cases}$ ($k = 1, 2, \dots, 7$)如表2所示。

表2 俯仰角度优化曲线参数

	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$	$k=7$
a_k	-0.3	-0.2	-0.1	-2.74	0.1	0.2	0.3
b_k	-4.59	-3.97	-3.36	0	-2.12	-1.51	-0.89

通过对上述优化曲线函数进行基于绳索并联机构索力优化计算，得到其 $S_{\text{ap}} - S_{\text{st}}$ 曲线如图9(a)所示。

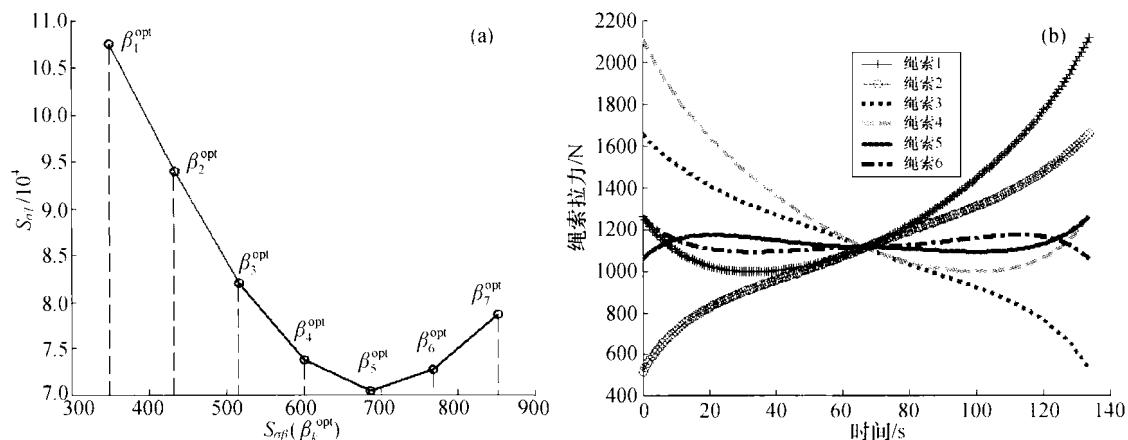


图9 轨迹2的优化曲线
(a) $S_{\beta_T} - S_{\beta_T}$ 曲线; (b) 轨迹2的索力优化变化曲线

由图9(a)可知, 拉力优化函数 $S_{\beta_T}(\beta_k^{opt})$ 的变化是先降后增的过程, 可以看出 β_k^{opt} ($k=4, 5, 6$)俯仰角度优化函数可以有效避免绳索虚牵, 保证绳索拉力的均匀变化。为了得到较大的轨迹姿态角度, 选择 β_4^{opt} 为该轨迹上俯仰角度优化曲线, 由此得到该轨迹上的索力优化曲线如图9(b)所示。

由图10可知, 对绳索并联机构的索力特性进行分析和优化之后, 虽然绳索并联机构的姿态转角

(馈源跟踪角上分量)变小, 但是其姿态角变化率也有所降低, 保证了索力有更好的连续性。而通过绳索并联机构的索力优化算法后, 两条轨迹的拉力最大变化率分别由 375.6 N/s 和 45.7 N/s 降为 21.9 N/s 和 37.2 N/s, 拉力变化率降低幅度达到 90% 和 18.6%, 这将大大降低电机功率, 避免虚牵, 提高控制精度。

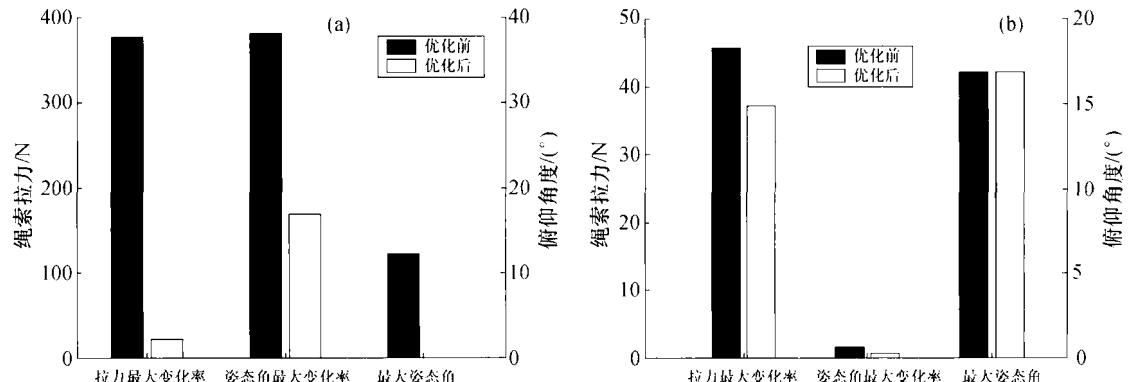


图10 索力优化结果对比图
(a) 轨迹1, (b) 轨迹2

5 结论

(1) 针对没有自转角度的绳索并联机构, 提出将 T&T 坐标转换方式引入用于绳索并联机构运动学建模, 用于直观辨识出绳索并联机构在当前位置的方位角度和俯仰角度, 降低轨迹姿态角度优化难度, 解决传统 Euler 坐标转换中的角度耦合问题。

(2) 对于大跨度的绳索并联机构中绳索自重带来的悬链线问题, 本文采用了抛物线简化悬链线力平衡方程, 可以近似求解出绳索并联机构的绳索精确拉力解。

(3) 以拉力连续性和避免虚牵为前提, 本文给出基于力约束函数的轨迹姿态转角算法, 通过分析绳索并联机构的索力特性, 分别给出 $\beta_{\rightarrow a}$ 与 $S_{\beta_T} - S_{\beta_T}$

曲线, 得到一种绳索并联机构索力优化算法。

(4) 通过对 6 绳索并联机构中的两条典型轨迹的力特性进行分析, 轨迹上索力通过优化之后变化平稳光滑, 索力最大变化率分别降低了 90% 和 18%, 验证了绳索并联机构的索力优化算法的可行性, 保证绳索无虚牵, 并能大大降低电机功率, 提高控制精度。

参 考 文 献

- 1 南仁东. 500 m 反射面射电望远镜 FAST. 中国科学, 2005, 35(5): 499—466
- 2 郑亚青, 刘雄伟. 绳牵引并联机构的研究概况与发展趋势. 中国机械工程, 2003, 9(14): 808—810
- 3 Ottaviano E, Ceccarelli M, Pelagalli P. A performance analysis of a 4 cable-driven parallel manipulator. Proceedings of the 2006 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2006
- 4 Pham CB, Yang GL, Song HY. Dynamic analysis of cable-driven parallel mechanisms. Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2005: 612—617
- 5 Bruckmann T, Mikelsons L, Hiller M. A new force calculation algorithm for tendon-based parallel manipulators. Proceedings of the 2007 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2007: 1—6
- 6 Verhoeven R, Hiller M, Tadoroko S. Workspace, stiffness, singularities and classification of tendon-driven Stewart platforms. In: Proc. 6th Int. Symp. Adv. Robot Kinematics, 1998: 105—114
- 7 Lafourcade P, Llibre M. First step toward a sketch-based design methodology for wire-driven manipulators. In: proceeding of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2003: 143—148
- 8 Lu YJ, Zhu WB, Ren GX. Feedback control of a cable-driven Gough-Stewart platform. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(1): 198—202
- 9 Kozak K, Zhou Q, Wang JS. Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass, IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(3): 425—433
- 10 Gosselin CM. Geometric analysis of parallel mechanisms. Ph. D. thesis, Laval University, Canada, 2002
- 11 Buchholdt HA. Introduction to Cable Roof Structures. Cambridge University Press, 1985: 46—55
- 12 姚蕊, 唐晓强, 李铁民. 大型射电望远镜馈源定位 3T 索牵引并联机构分析与设计. 机械工程学报, 2007, 11(43): 105—110